

# 國立臺北科技大學九十九學年度碩士班招生考試

系所組別：1521、1522、1523 自動化科技研究所乙組

## 第一節 工程數學 試題

第一頁 共一頁

### 注意事項：

1. 本試題共六題，配分共 100 分。
2. 請標明大題、子題編號依序作答，不必抄題。
3. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。
4. 作答須詳列計算過程，並將答案清楚標示，否則不予計分。

1. (20%)(a) Find the least squares solution of the linear system  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  given by

$$x_1 - x_2 = 4$$

$$3x_1 + 2x_2 = 1$$

$$-2x_1 + 4x_2 = 3$$

and (b) find the orthogonal projection of  $\mathbf{b}$  on the column space of  $A$ . (10% each)

2. (10%) Find the eigenvalues of the following matrices.

$$(5\%)(a) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(5\%)(b) \begin{bmatrix} 10 & -9 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. (10%) Find the eigenvalues of  $A^9$  for

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 & 11 \\ 0 & 1/2 & 3 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

4. (20%) Find an LU-decomposition of

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 2 \\ -3 & -8 & 0 \\ 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}$$

5. (20%) Find an orthogonal matrix  $P$  that diagonalizes

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

6. (20%) Determine which of the following matrices are invertible, and show your explanation.

$$(5\%)(a) \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 9 & -1 & 4 \\ 8 & 9 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(5\%)(b) \begin{bmatrix} 4 & 2 & 8 \\ -2 & 1 & -4 \\ 3 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(5\%)(c) \begin{bmatrix} \sqrt{2} & -\sqrt{7} & 0 \\ 3\sqrt{2} & -3\sqrt{7} & 0 \\ 5 & -9 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(5\%)(d) \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 6 \\ 8 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$