國立臺北科技大學

九十四學年度光電工程系碩士班入學考試

工程數學試題

填准考證號碼　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　第一頁　共一頁

注意事項：

1. 本試題共 13 題, 選 10 題作答，配分共 100 分。
2. 請按順序標明題號作答，不必抄題。
3. 全部答案均須答在答案卷之答案欄內，否則不予計分。

下列 13 大題中,任選 10 題,按題號順序作答(多做不給分),每題 10 分,共 100 分.

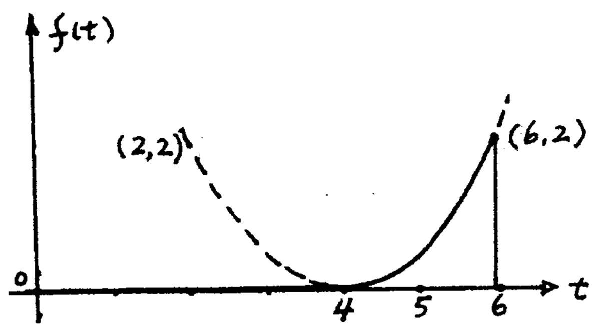
1. 溫度 90℃之物體,置於 60℃環境中.10 分鐘後,冷卻至 88℃.若再放 10 分鐘,溫度變爲多少℃?(假設物體之冷卻,遵守牛頓冷卻定律,即冷卻速率和溫差成正比).

2. 求解二階線性微分方程式 $y'' - 4y = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(nx)$.

3. 求解四階線性微分方程式 $y^{(4)} + 16y = -1$

4. 求解 $y'' + (y')^2 = 0$, y(0)=1, y(1)=1.

5. 右圖函數 f(t),在 4<t<6 時爲拋物線,其他時爲 0. 求其拉氏轉換 Laplace transform F(s).



1it2-2

6. 對稱矩陣 A=$\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$, 求一正交矩陣 Q,使能對角化矩陣 A 成一對角矩陣 D,即 $Q^{-1}AQ$=D. 並驗證其結果.

7. 求解聯立微分方程式 $\begin{aligned} x_1' &= 9x_1 + x_2 + x_3 \\ x_2' &= x_1 + 9x_2 + x_3 \\ x_3' &= x_1 + x_2 + 9x_3 \end{aligned}$.

8. 若向量場 **F**=$y^2 i + j$,C 爲原點 O(0,0),A(1,0)及 B(0,2)等三點所圍之三角形. 求沿三角形之 O-A-B-O 路徑之線積分 $\oint_C \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{dR}$.

9. 初值問題 $y'' - xy = 0$, y(0)=1, $y'(0) = 0$. [提示: (1)可利用泰勒級數 Taylor series 在 x=0 處展開,即 y(x)=$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} y^{(n)}(0) x^n$ 或 (2)利用冪級數展開, 即令 y(x)=$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 求解. 要寫出級數解之前三項.(不包括 0).]

10. f(x)= x^4+cos3x+x+5 for - π ≤x≤ π .
若以富立葉級數表示爲 $\frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L}]$. 試求 b_5 .

11. 邊界值問題 $y'' + \lambda y = 0$, $y'(0) = y'(L)$=0,
任寫出 λ 之三個特徵值及對應之特徵函數

12. (1)證明函數 $z(x,y,t) = \sin(mx)\cos(nx)\cos(\sqrt{m^2+n^2}\,ct)$ 滿足二維波動方程式.
m,n 爲任意正整數.
(2)若 f 爲一單變數的二次可微分函數,證明 y(x,t)=$\frac{1}{2}[f(x+ct) + f(x-ct)]$ 滿足一維波動方程式.

13. 求積分 $\int_0^{2\pi} \frac{1}{2 - \cos\theta} d\theta$