

國立臺北科技大學

九十四學年度電子電腦與通訊產業研發碩士專班入學考試

工程數學試題

填准考證號碼

第一頁 共一頁

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|

注意事項：

1. 本試題共六題，配分共 100 分。
2. 請按順序標明題號作答，不必抄題。
3. 全部答案均須答在答案卷之答案欄內，否則不予計分。

一. (15%) 有一 $n \times n$ 的矩陣 A 滿足下列方程式

$$A^2 - 2A + I = 0, \text{ 其中 } I \text{ 為單元矩陣 (identity matrix), 請證明}$$

$$A^3 = 3A - 2I \text{ 及 } A^4 = 4A - 3I.$$

二. (20%) 假設 $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix},$

- (a) 試求矩陣 A 之特徵值 (eigenvalues).
- (b) 如果矩陣 A 可被對角化 (diagonalizable) 而表示為 $A = PDP^{-1}$, 試求 P 及 D .

2-2

三. (15%) 矩陣 $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ 而其行列式為： $\det(A) = -7$ ，試求下列之行列式值

(a) $\det(A^{-1})$ (b) $\det(3A)$ (c) $\det\begin{pmatrix} a & g & d \\ b & h & e \\ c & i & f \end{pmatrix}$

四. (15%) 隨機變數 X 有如下之特性：

$$E[(X-1)^2] = 10, E[(X-2)^2] = 6,$$

試求隨機變數 X 之期望值($E[X]$)與變異數($\text{Var}[X]$)。

五. (15%) 假設一二位元碼字(code word)有五個位元(0 or 1)。

(a) 請問總共可組成多少個不同的碼字？

(b) 請問有多少個碼字剛好有三個 0

(c) 假設連續三個位元不能相同(亦即不能為 00011 或 01110)，請問尚有多少個不同的碼字可組成？

六. (20%) 隨機變數 X 及 Y 之聯合機率密度函數 (joint probability density function) 可表示為

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cxy & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(a) 試求 c 之值

(b) 試求事件 $A = \{X^2 + Y^2 \leq 1\}$ 之機率