

100 學年度四年制二、三年級轉學生招生考試

四技三年級材料及資源工程系資源組

第二節 專業科目 (一) 工程數學 試題

第一頁 共一頁

注意事項：

1. 本試題共八題，配分共 100 分。
2. 請標明大題、子題編號作答，不必抄題。
3. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。

1. 求解 $y' + 1.25y = 5$, $y(0) = 6.6$ (10%)

2. 求解 $y'' + 4y' + 5y = 5$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -5$ (10%)

3. 若 $(Ax + By)dx + (Cx + Dy)dy = 0$ 為正合方程式(exact equation)，則 A, B, C, D 有何限制？請求解此正合方程式。(10%)

4. 試問下列方程式的 Rank 為何？並以高斯消去法(Gauss elimination)求解之。(15%)

$$\begin{aligned} 3x + 7y - 4z &= -46 \\ 5w + 4x + 8y + z &= 7 \\ 8w + 4y - 2z &= 0 \\ -w + 6x + 2z &= 13 \end{aligned}$$

5. \mathcal{L} 代表拉普拉斯轉換(Laplace transforms)運算子，即 $\mathcal{L}[f(t)] = F(s)$ ，若 w, θ, k 為常數，

請求解：

a. $\mathcal{L}[t^2 - 2t] = ?$ (5%)

b. $\mathcal{L}[\cos(wt + \theta)] = ?$ (5%)

c. $\mathcal{L}[t \sin(t + k)] = ?$ (5%)

6. $f = xyz$ ，試求 f 在點 P 位置 \mathbf{a} 方向的方向導數， $P: (-1, 1, 3)$, $\mathbf{a} = [1, -2, 2]$ 。(10%)

7. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ ，試求 \mathbf{A} 的特徵值及其對應的特徵向量。(15%)

8. 求解 $\int_{(0,0,0)}^{(a,b,c)} xyz^2 dx + \frac{1}{2}x^2 z^2 dy + x^2 yz dz = ?$ (15%)