

# 100 學年度四年制二、三年級轉學生招生考試

四技二年級 能源與冷凍空調工程系、電機工程系、電子工程系、資訊工程系、  
車輛工程系、光電工程系、化學工程與生物科技系、  
材料及資源工程系資源組、土木工程系、分子科學與工程系、工業工程與管理系

## 第二節 專業科目 (一) 微積分 試題

第一頁 共一頁

### 注意事項：

1. 本試題共 7 題，配分共 100 分。
2. 請標明大題、子題編號作答，不必抄題。
3. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。

1. Evaluate  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos(2x) \sqrt{1+4\sin^2(2x)} dx$ . (15%)
2. Find the volume of the solid enclosed by the surface  $z = 4 - x^2 - 4y^2$  and the  $x$ - $y$  plane. (15%)
3. Find the extreme values of  $f(x, y) = e^{-x^2-y^2}(x^2 + 2y^2)$  on the disc  $x^2 + y^2 \leq 1$ . (15%)
4. Evaluate  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\sqrt{2n-1^2}} + \frac{1}{\sqrt{4n-2^2}} + \frac{1}{\sqrt{6n-3^2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2n \cdot n - n^2}} \right)$ . (10%)
5. Find the volume of the solid obtained by rotating the region bounded by the graphs of  $y = \tan^{-1} x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$  about the line  $x = 2$ . (15%)
6. (1) Show that  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-9x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{3}$ . (10%)  
(2) Apply the result of (1) to evaluate  $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx = ?$  (10%)
7. Assume that  $z = f(x, y)$  and  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 z}{\partial \theta^2}$ , where  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  and  $\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$ . Show that the function  $z = \sum_{k=1}^3 r^k (\cos k\theta + \sin k\theta)$  satisfies  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ . (10%)