

國立臺北科技大學 102 學年度碩士班招生考試

系所組別：3210 環境工程與管理研究所甲組

第二節 工程數學 試題

第一頁 共一頁

注意事項：

1. 本試題共 4 題，配分共 100 分。
2. 請標明大題、子題編號作答，不必抄題。
3. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。

1. 解以下聯立微分方程式之解: (25 分)

$$x_1'(t) = 4x_1(t) + 2x_2(t)$$

$$x_2'(t) = 3x_1(t) + 3x_2(t)$$

起始條件: $x_1(0) = 9$; $x_2(0) = -1$

2. 解以下 O.D.E.: $y'' + 16y' = 1 + t$;

起始條件: $y(0) = -2, y'(0) = 1$ (25 分)

Hint:

f(t)	Laplace 轉換 F(s)
sin at	$\frac{a}{s^2 + a^2}$
cos at	$\frac{s}{s^2 + a^2}$

3. O.D.E. $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{1}{x^2} \frac{dy}{dx} + \frac{1}{x} y = 0$ 起始條件: $y(1) = 7$; $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=1} = 3$

- (a) 求該 O.D.E. 在 $x=1$ 附近的近似解. (Hint: 泰勒展開式) (15 分)
- (b) 求 $y(1.1) = ?$ 至少要精確到小數以下第 3 位. (10 分)

4. An ship of mass M is sailing in a straight line. At time zero it shuts off its engines and slides on the sea surface. Assume that the water tends to slow the ship with a force proportional to $v(t)^\alpha$, in which $v(t)$ is the velocity at time t and α is constant.

- (a) Derive a differential equation for $v(t)$ (10 分)
- (b) If the $v(0) = V_0$, solve the differential equation of $v(t)$ (10 分)
- (c) If $0 < \alpha < 1$, when will this ship stop moving? (5 分)