

國立臺北科技大學 102 學年度碩士班招生考試

系所組別：1521、1522、1523 自動化科技研究所乙組

第一節 工程數學 試題

第一頁 共一頁

注意事項：

1. 本試題共六題，配分共 100 分。
2. 請標明大題、子題編號作答，不必抄題。
3. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。

1. Solve the following system by *diagonalization*.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 6x + y + 6t & x(0) &= 1 \\ \dot{y} &= 4x + 3y - 10t + 4 & y(0) &= 1 \end{aligned} \quad (20\%)$$

2. Please find the e^{At} , where $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. (15%)

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 3 \end{bmatrix}$.

(a) Please find the eigenvalues of A . (10%)

(b) Determine the geometric multiplicities of A 's eigenvalues. (10%)

4. Find the eigenvalues and the corresponding **orthonormal** eigenvectors for

A , where $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. (eigenvalues (7%) eigenvectors (8%))

5. Please use **Cayley-Hamilton Theorem** to find the e^A .

where $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. (15%)

6. Please find the $f(A)$ and the eigenvalues of $f(A)$, where $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

and $f(z) = \frac{z}{z+1}$. ($f(A)$ (8%), eigenvalues of $f(A)$ (7%))