

mvc

國立臺北科技大學九十六學年度碩士班招生考試

系所組別：3410 資源工程研究所甲組

第一節 微分方程 試題

第一頁 共一頁

注意事項：

1. 本試題共四題，配分共 100 分。
2. 請標明大題、子題編號作答，不必抄題。
3. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。

一、某圓柱形散熱銅管內徑為 R_1 ，外徑為 R_2 ($R_2 > R_1$)，在穩態情況(steady state)下，已知銅管管壁的溫度分佈 $T(r)$ 滿足下列方程式：

$$r \frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{dT}{dr} = 0$$

1. 若銅管內壁($r = R_1$)溫度為 T_1 ，外壁($r = R_2$)溫度為 T_2 ，試求管壁的溫度分佈函數 $T(r)$ 。(15%)
2. 若銅管內壁溫度為 T_1 ，外壁的散熱效果(即熱通量(flux))與壁面溫度 $T(R_2)$ 對環境溫度 T_2 的差值成正比，比例係數為 h ，即 $r = R_2$ 處存在 $\left(\frac{dT}{dr}\right) = -h[T(R_2) - T_2]$ 之關係，試求管壁的溫度分佈 $T(r)$ 。(15%)

二、試求下式之通解(general solution)：(20%)

$$\frac{dy}{dx} - 2y = xy^{1/2}$$

三、某一簡單的振盪系統可以一質點 m 和一彈簧 k 表示，質點受外力 f 作用後的振盪過程中，接觸面的摩擦力與速度成正比，比例係數為 ξ (摩擦力作用方向與運動方向相反)，請回答下列子題：

1. 考慮水平向合力為零，若質點運動遵守牛頓第二運動定律，彈簧受力變形遵守虎克定律，試以質點距平衡處位置 $x(t)$ 為變數，推導此系統之常微分控制方程式。(20%)
2. 若 $m = 2$ ， $\xi = 4$ ， $k = 2$ ，移除外力 f 作用系統開始穩定的振盪後，試描述質量的運動特性 $x(t)$ 。(15%)

四、試求 $\cos \omega t$ 之 Laplace 轉換。(15%)