

國立臺北科技大學 100 學年度碩士班招生考試

系所組別：2403 光電工程系碩士班

第三節 近代物理 試題 (選考)

第一頁 共一頁

注意事項：

1. 本試題共 7 題，配分共 100 分。
2. 請標明大題、子題編號作答，不必抄題。
3. 可能用到之常數列於試題首頁。
4. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。

電子質量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 質子質量 $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ 光速 $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

電子電量 $e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ 普朗克常數 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

1. 波長 400nm 之光入射於一金屬板，若金屬板之功函數為 1.2eV，
 - (1) 求入射光之能量(5%)
 - (2) 求電子最大截止電壓(5%)
2. (1) 何謂 Bohr 氫原子模型？(5%)
(2) 試就上述模型推導氫原子能階(5%)
(電子質量為 m ，電量為 e ，電力常數為 k ，普朗克常數為 h)
3. 若以鎢為陽極 (功函數為 4.5eV)，電子自陰極經高壓 35kV 加速後撞擊陽極，試計算所放射之 x-ray 最短波長(10%)
4. 一質點在一立方體盒中運動，其位能為
 $V(x,y,z) = 0 \quad 0 \leq x \leq L \quad 0 \leq y \leq L \quad 0 \leq z \leq L$
 ∞ otherwise
試利用三維之 Schrödinger 方程式
 - (1) 寫下三維之 Schrödinger 方程式(5%)
 - (2) 求其能量(5%)
 - (3) 求波函數(5%)
 - (4) 試利用(2)的答案繪出最低三個能階，並標示其對應之簡併態 (12%)

5. 已知氫原子 Schrödinger eq 的解為 $\Psi_{nlm}(r, \theta, \phi) = R_{nl}(r) Y_{lm}(\theta, \phi)$ ，且 $Y_{lm}(\theta, \phi)$ 、 $R_{nl}(r)$ 分別為(Eq.1)與(Eq.2)之解

(1) 試寫出 $n=2$ 之能階所對應之簡併態波函數(例:以 $\Psi_{210}(r, \theta, \phi)$ 表示即可) (8%)

(2) \hat{L}^2 作用於 Ψ_{32-2} 、 Ψ_{433} 所得之 eigenvalue 分別為何？(6%)

(3) 承上題， \hat{L}_z 之 eigenvalue 為何？(6%)

$$\left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right] Y = -l(l+1)Y \quad (\text{Eq.1})$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \left[\frac{2m}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R = 0 \quad (\text{Eq.2})$$

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2 \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right]$$

$$\hat{L}_z = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \phi}$$

6. (1) 在氫原子光譜中，由 2p 軌域躍遷至 1s 軌域，所對應之線光譜之波長為何？(5%)

(2) 承上題，今外加一磁場 $B = 2T$ ，則所量得之線光譜之波長為何？(10%)

7. 一質子以 $0.8c$ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$) 之速率運動，其動量為何？(8%)