115CC02

國立臺北科技大學115學年度碩士班招生考試

系所組別：2220 電子工程系碩士班乙組

第一節 機率 試題

注意事項：
1. 本試題共六大題，共100分。
2. 不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在答案卷上。
3. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。

一、在某大學中，學生參加社團的情況如下。令事件 A (event A) 代表學生參加A社團；事件 B (event B) 代表學生參加B社團；事件 C (event C) 代表學生參加C社團。經過問卷調查發現參加A社團的學生比例為10%，參加B社團的學生比例為15%，參加C社團的學生比例為5%；即機率為 $P(A)=0.1$，$P(B)=0.15$，$P(C)=0.05$。

(一)請寫出〝已知參加C社團的學生，其參加A社團的機率〞的表示式。表示式形式為 $P(D)$ 這種寫法，不需算出數值。(5分)

(二)如果想要證明事件 A 與事件 B 統計獨立(statistically independent)，應該在問卷調查中，增加哪個問題，並且這個問題的回答〝是〞或〝否〞的學生比例應該是多少，才能證明事件 A 與事件 B 統計獨立。(10分)

(三)如果事件 A 與事件 B 統計獨立，求一位學生沒有參加A社團也沒有參加B社團的機率。(5分)

二、一個離散隨機變數(discrete random variable) X 其機率分布(probability distribution function)如下表。

x	-3	3	6
$P(X=x)$	1/2	1/3	1/6

(一)求 X 的期望值(expectation) $E[X]$。(5分)

(二)求 X 的變異數(variance)。(5分)

(三)求 $E[(X-1)^2]$。(5分)

三、一個連續隨機變數(continuous random variable) X，其機率密度函數(probability density function)如下。

$$f(x)=\begin{cases}2(1-x), & 0\le x\le 1,\\ 0, & \text{otherwise.}\end{cases}$$

(一)求 $P(X\ge 0.5)$。(5分)

(二)求 X 的期望值 $E[X]$。(5分)

(三)已知 $X\ge 0.5$，求 X 的條件機率密度函數 $f(x\,|\,X\ge 0.5)$。(5分)

四、X 及 Y 為離散隨機變數，他們的聯合機率分布(joint probability distribution) $f_{XY}(x,y)$ 如下表。

	$f_{XY}(x,y)$	$x=1$	$x=2$	$x=3$
y	1	1/4	0	1/4
	2	0	1/3	0
	3	0	0	1/6

(一)求 $P(X=3)$。(5分)

(二)求 $P(X=3|Y=1)$。(5分)

(三)求 $E[XY]$。(5分)

(四)X 及 Y 為不相關(uncorrelated) 嗎? 為什麼? (5分)

五、一個罐子中有2個紅球、3個白球、及4個籃球。從罐子中抽出一個球後(沒有放回罐子)，再抽出第二個球。

(一)已知第一球是紅球，求第二球是白球的機率。(5分)

(二)求第二球是白球的機率。(5分)

(三)已知第二球是白球，求第一球是紅球的機率。(5分)

六、有一個硬幣被投擲10000次，每次投擲結果為獨立 (independent)，且每次投擲結果 X 的機率分布皆相同，$P(X=1)=0.5$ 且 $P(X=0)=0.5$。令 Y 為10000個投擲結果的和。

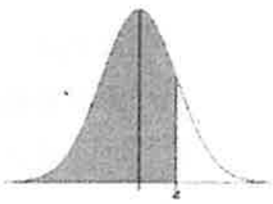
(一)用中央極限定理(central limit theorem)來近似 Y 的機率分布。請寫出 Y 的近似機率分布，是哪一種機率分布及其參數。(5分)

(二)請使用下表的 normalized Gaussian distribution 的 cumulative distribution function (CDF) 找出 $P(Y\ge 5100)$ 的近似值。(10分)

注意：背面尚有試題

下表為 normalized Gaussian distribution 的 CDF $\Phi(z)$，

$$\Phi(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z}e^{-x^2/2}\,dx$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998