

# 國立臺北科技大學九十八學年度碩士班招生考試

系所組別：1201 1202 1203 製造科技研究所不分組

## 第一節 微分方程 試題

第一頁 共一頁

### 注意事項：

1. 本試題共 6 題，配分共 100 分。
2. 請標明各題編號作答，不必抄題。
3. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。

1. 一垂直懸吊之彈簧，上端固定，下端則連接一質量  $0.1\text{kg}$  之小球。假設彈簧常數  $k$  為  $0.3\text{ N/m}$ ，且小球運動時所受之摩擦阻力和小球之速度成正比而可寫為  $0.4v\text{ N}$ ，其中  $v$  為小球之速度(單位為  $\text{m/s}$ )。小球由靜平衡位置向下拉長  $0.02\text{m}$ ，然後在靜止狀態釋放使其自然振動。試求在釋放後第  $0.2$  秒時，小球之速度多少  $\text{m/s}$ ? (16 分)
2. 求解初值問題  $xy' + y = 1 - \frac{1}{x}$  ;  $y(1)=0$ . (16 分)
3. 求解初值問題  $y' + 4y = f(t)$ ;  $y(0)=0$ . 其中之  $f(t) = 0$  當  $t < 1$ ,  
及  $f(t) = t$  當  $t \geq 1$ . (18 分)
4. 試將  $y$  以在  $x=0$  處展開之級數表示，用以求解初值問題  $y' - xy = 1$ ;  $y(0)=1$   
以上之解要寫出級數解之前四項. (16 分)
5. 求解聯立微分方程式  $\begin{cases} x_1' = 4x_1 - 2x_2 + e^t \\ x_2' = -2x_1 + x_2 \end{cases}$  或以矩陣表示為  
$$X' = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} e^t \\ 0 \end{pmatrix}$$
 (18 分)
6. 求解 Sturm-Liouville prob.  $y'' + 2\lambda y' + \lambda^2 y = 0$   $y(1) = y'(3) = 0$   
並討論  $\lambda$  為何值時，本題才有 non-trivial solution. (16 分)