

國立臺北科技大學 101 學年度碩士班招生考試

系所組別：3410 資源工程研究所甲組

第一節 微分方程 試題

第一頁 共一頁

注意事項：

1. 本試題共六題，配分共 100 分。
2. 請標明大題、子題編號作答，不必抄題。
3. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。

一、求解下列積分式 (20%)

1. $\int \sqrt{1+x^2} x^3 dx$ (10%)

2. $\int \frac{1-x+2x^2-x^3}{x(x^2+1)^2} dx$ (10%)

二、求解下列一階微分方程式 (20%)

1. $x \frac{dy}{dx} + y = -2x^2 y^2, x > 0$ (10%)

2. $\frac{dy}{dx} = \frac{y-x+1}{y-x+5}, y(0) = 4$ (10%)

三、求解下列二階微分方程式 (20%)

1. $\frac{d^2 y}{dx^2} + 5 \frac{dy}{dx} + 6y = 3e^{-2x} + e^{3x}$ (10%)

2. $\frac{d^2 y}{dx^2} - 4 \frac{dy}{dx} + 4y = 0, y(0) = 3, y'(0) = 1$ (10%)

四、求解下列聯立微分方程式 (20%)

1. $2 \frac{dx}{dt} - 3x + y = 4e^t$ (10%)

$$x + 2 \frac{dy}{dt} - 3y = 0$$

2. $\frac{dx}{dt} = 2x + y + 1$ (10%)

$$\frac{dy}{dt} = 4x + 2y + e^{4t}$$

五、某一化學物質在土壤中衰變速率與其當時濃度成正比，若已知時間 $t=0$ 時該化學物質的濃度為 200 mg/kg，試求出任何時間 ($t>0$) 該化學物質的濃度。(10%)

六、試求出函數 $f(t) = \frac{1}{\sqrt{t}}$ 之 Laplace Transform。(10%)