

國立臺北科技大學 102 學年度碩士班招生考試

系所組別：3410 資源工程研究所甲組

第二節 工程數學 試題

第一頁，共一頁

注意事項：

1. 本試題共七題，配分共 100 分。
2. 請標明大題、子題編號作答，不必抄題。
3. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。

一、試就下列各微分方程式說明其階數、次數及是否為線性：(10%，每小題各 5%)

1. $y'(x) + 5y^3 + 3\cos x = x^6$
2. $(\sin x)y''(x) + y = e^x + x \ln x$

二、試就下列函數在所示區間內說明其為線性相依或線性獨立：(10%，每小題各 5%)

1. $e^{2x}, e^{-2x}; (-\infty < x < \infty)$
2. $\ln x, \ln x^2; (x > 0)$

三、求解下列微分方程式：(20%，每小題各 10%)

1. $(xy^2 - x)dx + (x^2y + y)dy = 0, y(0) = 2$
2. $(3y^2 + x + 1)dx + 2y(x + 1)dy = 0, y(0) = \sqrt{2}$

四、求下列微分方程式之通解：(20%，每小題各 10%)

1. $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} = e^x \sin x$
2. $\frac{d^3y}{dx^3} + 3\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} = x^2 + 3x + 5$

五、求下列微分方程式之通解：(20%，每小題各 10%)

1. $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 2y = x^3 e^x$
2. $x^2 y''(x) + x(2-x)y'(x) - 2y(x) = 0$

六、求解下列聯立微分方程式(10%)

$$\begin{cases} 2\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - y = t \\ \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} = t^2 \end{cases}; x(0) = 1, y(0) = 0$$

七、請以 Laplace 轉換求解下列微分方程式(10%)

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + y = te^{-t}; y(0) = 1, y'(0) = -2$$