

國立臺北科技大學 100 學年度碩士班招生考試

系所組別：3410 資源工程研究所甲組

第一節 微分方程 試題

第一頁 共一頁

注意事項：

1. 本試題共五題，配分共 100 分。
2. 請標明大題、子題編號作答，不必抄題。
3. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。

一、對微分方程式 $\frac{d^2y}{dx^2} + \alpha y = 0$ 其中 α 為常數而言，試說明起始值問題與邊界值問題的條件與解的差異。(10%)

二、試求解下列一階微分方程式。(30%)

1. $\frac{dy}{dx} - \left(\frac{y}{x}\right)^2 + 2\left(\frac{y}{x}\right) = 0$ (10%)

2. $x^2 \frac{dy}{dx} - \cos 2y = 1, y(+\infty) = \frac{\pi}{4}$ (10%)

3. $(y^2 - y)dx + xdy = 0$ (10%)

三、試求解下列二階微分方程式。(20%)

1. $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} - 3y = 3e^{2x}$ (10%)

2. $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y = \begin{cases} 0; & t < 4 \\ 3; & t \geq 4 \end{cases}, y(0) = 1, y'(0) = 0$ (10%)

四、若一化學反應如 $A \rightarrow B$ 或 $A \rightarrow B + C + D + \dots$ ，試回答下列問題：(20%)

1. 請列出反應物 A 的反應速率式。(5%)
2. 請求出在任何時間 t 反應物 A 的濃度。(10%)
3. 若已知反應速率常數為 0.5 hr^{-1} ，試計算該化學反應之半衰期。(5%)

五、試求出下列函數之 Laplace 轉換。(20%)

1. $f(t) = t \sin 3t$ (10%)

2. $f(t) = \begin{cases} 0 & ; t < 1 \\ t^2 - 2t + 2; & t \geq 1 \end{cases}$ (10%)